Interferenz an einer CD

Olaf Merkert (Manuel Sitter)

18. Dezember 2005

1 Versuchsaufbau

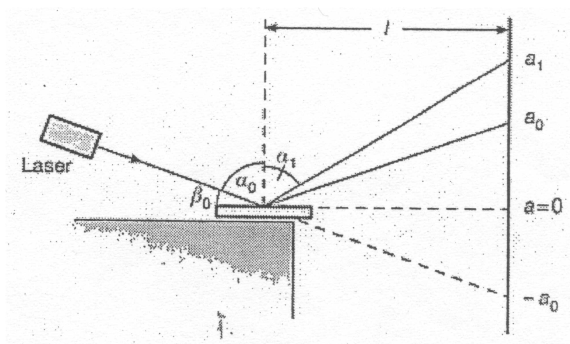

Abbildung 1: Versuchsanordnung mit Laser und CD [1]

Ein auf einem Tisch aufgestellter Laser mit der Wellenlänge λ wird im Winkel β_0 auf die Wand gerichtet und der Abstand $-a_0$ des Lichtpunktes zur Tischebene gemessen. Dann wird eine CD mit der Datenseite nach oben so auf den Tisch gelegt, dass der Laserstrahl auf die CD trifft. Es wird wieder der Abstand $+a_0$ des Lichtpunktes zur Tischebene gemessen. Zusätzlich wird noch der Abstand eines weiteren Lichtpunkts im Abstand a_1 zur Tischebene gemessen, der durch Interferenz an der CD entsteht. Mit Hilfe der gemessenen Daten soll nun der Spurabstand der "CD-Rillen" bestimmt werden.

2 Versuchsergebnisse

$$\lambda = 633\,nm \quad l = 88.8\,cm$$

$$-a_0 = 82\,cm \quad +a_0 = 77\,cm \quad a_1 = 230\,cm$$

2.1 Auswertung

Bei der Reflektion an der CD ergibt sich folgende Beziehung (Gleichung 1 [1]) für den Gangunterschied δ, wobei β_0 dem Einfallswinkel des Laserstrahl zur "CD-Ebene" entspricht (vgl. Abbildung 1). Unter dem Winkel β zur "CD-Ebene" wird der Laserstrahl Richtung Schirm reflektiert.

$$\delta = g \cdot (\cos \beta - \cos \beta_0) \tag{1}$$

Maximale konstruktive Interferenz erzeugt einen hellen Punkt auf dem Schirm, wenn der Gangunterschied δ ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ ist (Gleichung 2).

$$\delta = k \cdot \lambda; \;\; k \in \aleph \tag{2}$$

Mit Hilfe von Gleichung 3 lassen sich die Winkel aus den gemessenen Daten errechnen (vgl. Abschnitt 3.3).

$$\cos \beta_k = \frac{l}{\sqrt{l^2 + a_k^2}} \tag{3}$$

$$g = \frac{\lambda}{\cos \beta_1 - \cos \beta_0} \tag{4}$$

Zur Berechnung von β_0 wird der Einfachheit halber das arithmetische Mittel von $+a_0$ und $-a_0$ verwendet, das "gemessene" Maximum a_1 wird als Maximum 1. Ordnung interpretiert. Als Ergebnis erhält man für den Spurabstand folgenden Wert, der im Vergleich zum Literaturwert [2] ziemlich genau ist.

$$g = 1.64\,\mu m \quad g_{lit} = 1.6\,\mu m$$

2.2 Fehlerbetrachtung

Die Messgenauigkeit der Abstände ist leider nicht sehr hoch. Mit dem verwendeten Maßband kann nur auf etwa $\pm 1cm$ genau gemessen werden. Dies entspricht einer relativen Abweichung von $\pm\,2\%$. Dieser Fehler pflanzt sich in Gleichung 3 fort und wird näherungsweise um den Faktor $\sqrt{3}$ größer. In Gleichung 4 kommt nochmal Faktor $\sqrt{2}$ hinzu. Gegenüber diesem Fehler die Abweichung der Wellenlänge vernachlässigbar, somit erhält man eine Gesamtabweichung $\frac{\Delta g}{g} = \pm\,5\%$. Mit einer relativen Abweichung von $\frac{\Delta g}{g} = +\,2.5\%$ liegt der "gemessene" Wert durchaus in einem annehmbaren Bereich.

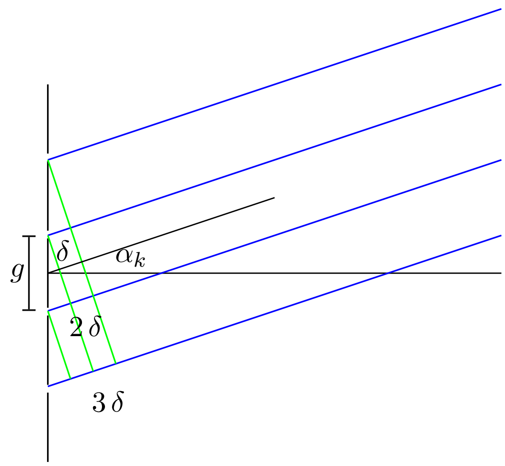

Abbildung 2: Skizze zum Gangunterschied

3 Theoretische Betrachtung

3.1 Bedingung für Maxima am Gitter

Anhand der Abbildung 2 lässt sich eine Beziehung für den Gangunterschied δ aufstellen.

$$\sin \alpha_k = \frac{\delta}{g} \tag{5}$$

Maximale konstruktive Interferenz wird erreicht, wenn δ ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ ist.

$$\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{g}; k \in \aleph \tag{6}$$

Die Gleichung 6 beschreibt also, unter welchen Winkeln α ein Maximum k-ter Ordnung gemessen werden kann.

3.2 Berechnung des Einfallswinkels

Gewöhnlich wird nicht einfach der Winkel gemessen, sondern ein Lichtpunkt auf einem Schirm beobachtet. Der Winkel kann dann über den Abstand des Schirms und die Position des Lichtpunkts auf dem Schirm berechnet werden. Dabei bieten sich mehrere Verfahren an: [1]

3.3 Cosinus

Mit Hilfe der Abbildung 3 lässt sich mit Gleichung 7 einfach der gesuchte Winkel berechnen. Wenn man nun Gleichung 8, also den

[1] Zur Winkelberechnung wird eine trigonometrische Funktion verwendet. Theoretisch könnte genauso die Sinus-Funktion verwendet werden.

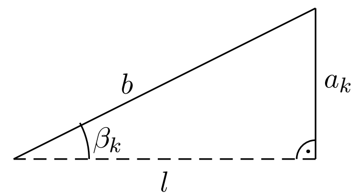

Abbildung 3: Beziehung zw. β_k, c, l und a_k

Satz des Pythagoras, in Gleichung 7 einsetzt, erhält man Gleichung 9. Dieses Vorgehen bietet sich an, da in die Bedingung für Maxima auch $\cos\beta_k$ eingesetzt wird.

$$\cos\beta_k = \frac{l}{c} \tag{7}$$

$$c = \sqrt{l^2 + a_k^2} \tag{8}$$

$$\cos\beta_k = \frac{l}{\sqrt{l^2 + a_k^2}} \tag{9}$$

3.3.1 Tangens

Anstelle der Cosinus-, lässt sich auch die Tangens-Funktion (Gleichung 10) werden. Sie vermeidet den Umweg über Pythagoras, erfordert dann aber das explizite Berechnen des Winkels (mit der Umkehrfunktion des Tangens) und Einsetzen in die Bedingung für Maxima.

$$\tan\beta_k = \frac{a_k}{l} \tag{10}$$

4 Verwendung von Näherungen

$$\lambda = g \cdot \frac{a}{l} \tag{11}$$

Um zu verstehen, warum Gleichung 11 für die Berechnung am Gitter nicht verwendet werden darf, muss zunächst klar werden, wie diese Gleichung zustande kommt. Es werden dabei folgende Gleichungen zusammengefasst, indem näherungsweise angenommen wird, dass Tangens- und Sinus-Funktion näherungsweise gleiche Werte haben. Diese Näherung kann jedoch nur für kleine Winkel verwendet werden.

$$\tan\alpha = \frac{a}{l} \tag{12}$$

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{g} \tag{13}$$

Experimente mit einem Gitter werden aber meistens mit Licht durchgeführt. Bei kleinen Winkeln, für die die Näherung gemacht werden darf, sind die Maxima nicht mehr eindeutig unterscheidbar, da am Gitter auch eine große Zahl von Nebenmaxima zu beobachten ist. Sinnvolle Messungen können also nur mit größeren Winkeln gemacht werden, für die die Näherung nicht verwendet werden kann.

5 Zahl der Spuren einer CD

Mit der oben bestimmten Spurbreite g lässt sich nun näherungsweise die Zahl der Spuren n auf der CD berechnen. Dazu muss allerdings noch die Breite b des Datenbereichs der CD gemessen werden.

$$b = 3.6\,cm \pm 1\,mm$$

$$n = \frac{b}{g} = 2\,250\,000 \tag{14}$$

Literatur

[1] *Aufgabenblatt zum Praktikum*
Gerhardt Holetzke

[2] *http://www.elektronikinfo.de/audio/cd.htm#Hardware*
Christoph Caspari